



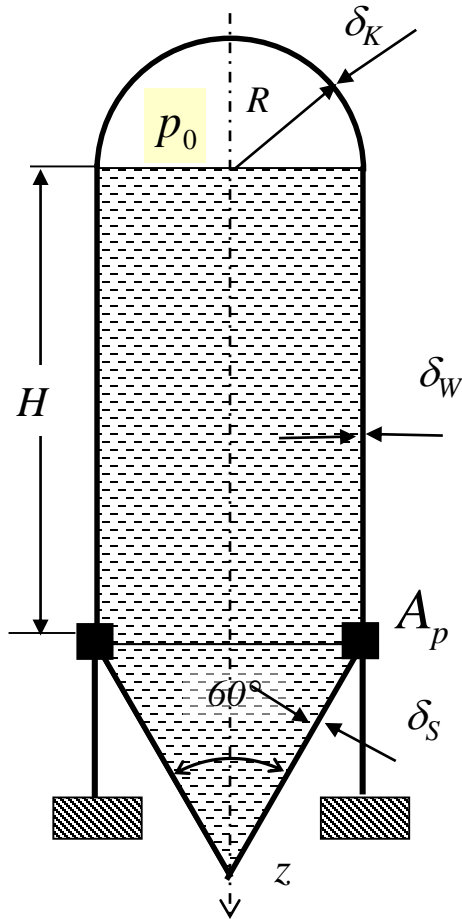
## Wykład 12

# Powłoki osiowosymetryczne

## Przykłady

# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Zad.1. Zbiornik złożony z części stożkowej, walcowej i kulistej, podparty na pierścieniu, wypełniony jest cieczą do poziomu połączenia walca z kulą. Powyżej cieczy panuje nadciśnienie  $p_0$ . Dobrać grubości płaszcza zbiornika i pole pierścienia wykorzystując hipotezę Treski.



Dane:  
 $R=2m$   
 $H=8m$   
 $p_0=1 \text{ bar}$   
 $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$   
 $k_r=100 \text{ MPa}$   
 -----  
 $\delta_K=?$   
 $\delta_W=?$   
 $\delta_S=?$   
 $A_p=?$

Czasza:

$$\rho_p = R$$

$$\rho_t = R$$

Walec:

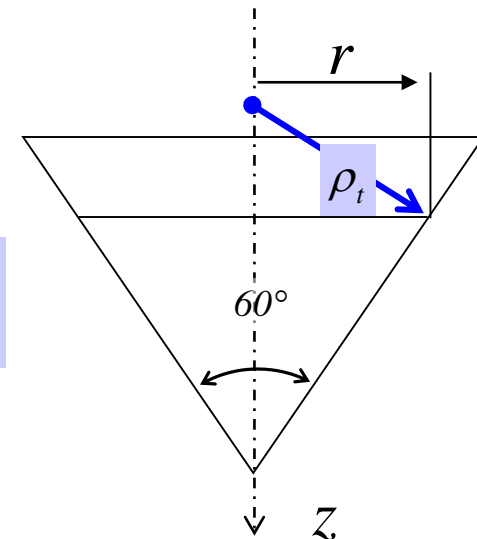
$$\rho_p = \infty$$

$$\rho_t = R$$

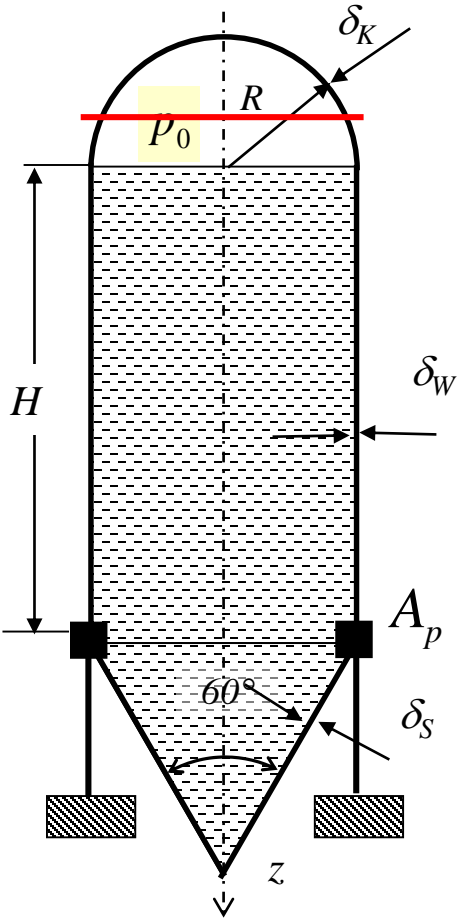
Stożek:

$$\rho_p = \infty$$

$$\rho_t = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$



# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



Dane:  
 $R=2m$   
 $H=8m$   
 $p_0=1 \text{ bar}$   
 $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$   
 $k_r=100 \text{ MPa}$

**Czasza:**

Tniemy razem z nieważkim gazem

Równanie równowagi sił na z:

$$2\pi r \delta_K \sigma_p \sin \alpha - \pi r^2 p_0 + Q = 0$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_K}$$

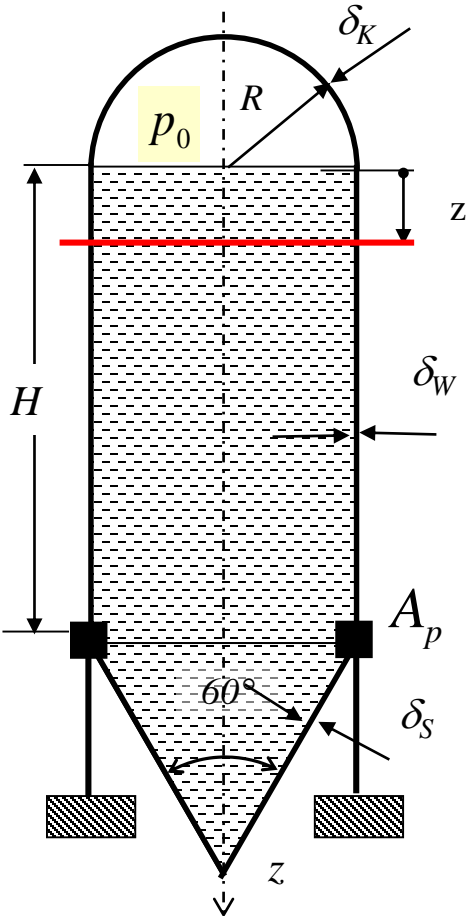
$$\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta} \rightarrow \sigma_t = \frac{p_0 R}{2\delta_K}$$

$Q=0$

Hipoteza Treski:  $\sigma_{red}^T = |\sigma_p| = \frac{p_0 R}{2\delta_K} \leq k_r$  **Warunek wytrzymałościowy**

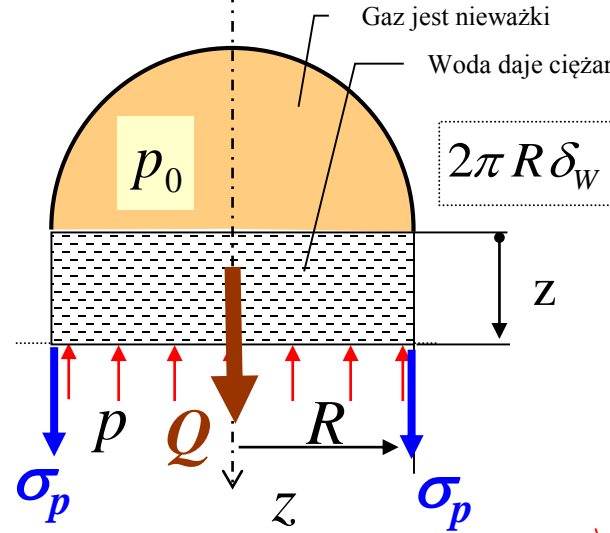
$$\delta_K \geq \frac{p_0 R}{2k_r} = \frac{0.1 \cdot 2000}{2 \cdot 100} = 1 \text{ mm}$$

# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



Dane:  
 $R=2m$   
 $H=8m$   
 $p_0=1 \text{ bar}$   
 $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$   
 $k_r=100 \text{ MPa}$

Walec:



Równanie równowagi sił na z:

$$2\pi R \delta_W \sigma_p - \pi R^2 p + Q = 0$$

$$2\pi R \delta_W \sigma_p - \pi R^2 (p_0 + \gamma \cdot z) + \pi R^2 z \cdot \gamma = 0$$

$$\sigma_p = \frac{(p_0 + \gamma \cdot z)R - \gamma \cdot z \cdot R}{2\delta_W}$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_W}$$

$$Q = \pi R^2 z \cdot \gamma$$

$$p = p_0 + z \cdot \gamma$$

$$\rho_p = \infty$$

~~$$\frac{\sigma_p + \sigma_t}{\rho_p} = \frac{p}{\rho_t}$$~~

$$\sigma_t = \frac{(p_0 + \gamma \cdot z)R}{\delta_W}$$

Hipoteza Treski:

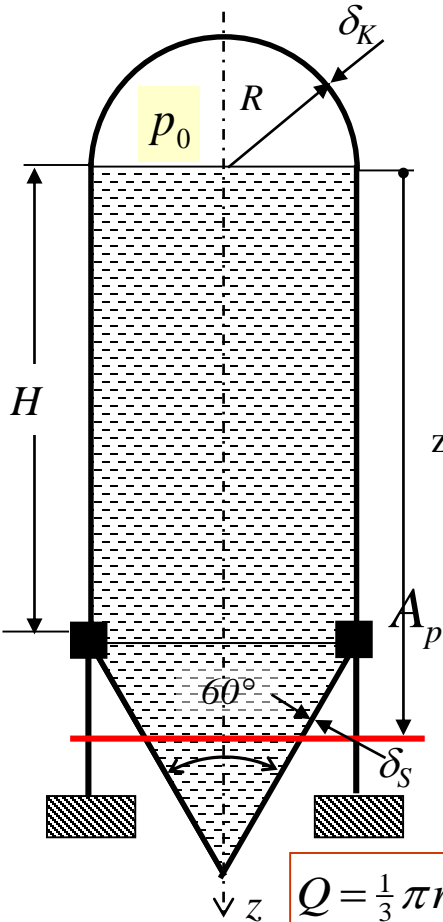
$$\sigma_{red}^T = |\sigma_t| = \frac{(p_0 + \gamma \cdot z)R}{\delta_W} \leq k_r$$

Warunek wytrzymałościowy

Dla  $z=H$ :

$$\delta_W \geq \frac{(p_0 + \gamma \cdot H)R}{k_r} = \frac{(0,1 \cdot 10^6 + 10^4 \cdot 8) \cdot 2000}{100 \cdot 10^6} = 3,6 \text{ mm}$$

# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



Dane:  
 $R=2m$   
 $H=8m$   
 $p_0=1 \text{ bar}$   
 $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$   
 $k_r=100 \text{ MPa}$

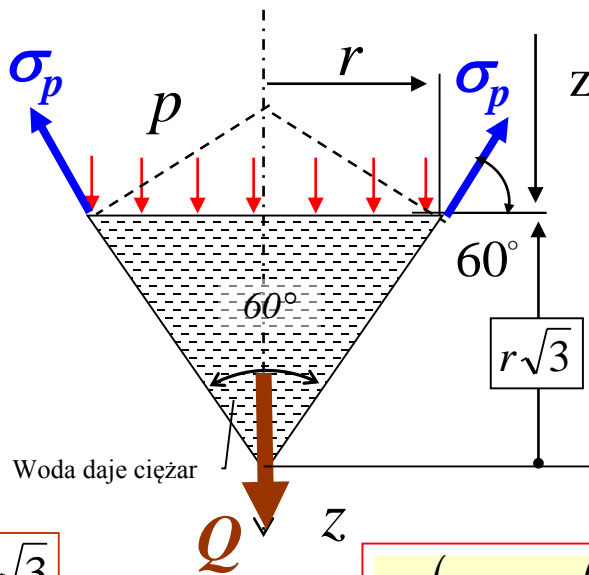
$$Q = \frac{1}{3} \pi r^3 \gamma \sqrt{3}$$

$$p = p_0 + z \cdot \gamma$$

$$p = p_0 + (H + R\sqrt{3} - r\sqrt{3}) \cdot \gamma$$

Stożek:

$$-2\pi r \delta_s \sigma_p \sin 60^\circ + \pi r^2 (p_0 + (H + R\sqrt{3} - r\sqrt{3})\gamma) + \frac{1}{3} \pi r^3 \gamma \sqrt{3} = 0$$



Woda daje ciężar

$$\sigma_{red}^T = |\sigma_t| = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma \cdot (H + R\sqrt{3} - r\sqrt{3})) r}{\sqrt{3} \delta_s} \leq k_r$$

Dla  $r = R$ :

$$\delta_s \geq \frac{2(p_0 + \gamma \cdot H)R}{\sqrt{3} k_r} = \frac{2(0,1 \cdot 10^6 + 10^4 \cdot 8) \cdot 2000}{\sqrt{3} \cdot 100 \cdot 10^6} = 4,16 \text{ mm}$$

Równanie równowagi sił na z:

$$-2\pi r \delta_s \sigma_p \sin 60^\circ + \pi r^2 p + Q = 0$$

$$\sigma_p = \frac{(p_0 + \gamma(H + R\sqrt{3} - \frac{2}{3}r\sqrt{3})) \cdot r}{\sqrt{3} \delta_s}$$

$$\rho_p = \infty$$

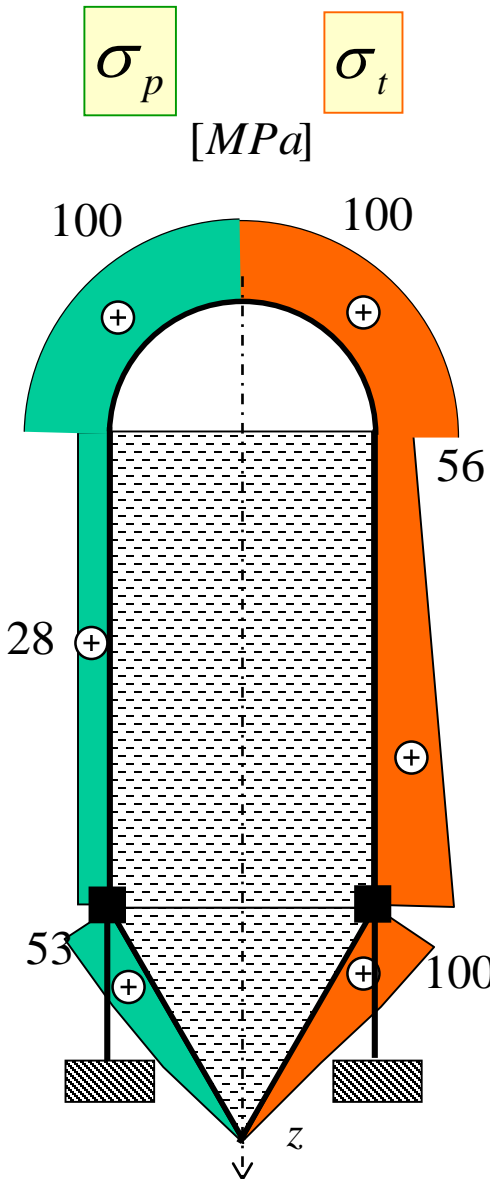
$$\rho_t = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

~~$$\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}$$~~

$$\sigma_t = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma \cdot (H + R\sqrt{3} - r\sqrt{3})) r}{\sqrt{3} \delta_s}$$

Warunek  
wytrzymałościowy

# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



Czasza:  $\delta_K = 1mm$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = \frac{0,1 \cdot 2000}{2 \cdot 1} = 100 MPa$$

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = 100 MPa$$

Walec:  $\delta_W = 3,6mm$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_W} = \frac{0,1 \cdot 2000}{2 \cdot 3,6} = 28 MPa$$

$$\sigma_t = \frac{(p_0 + \gamma \cdot z) R}{\delta_W}$$

$$\sigma_t(z=0) = \frac{p_0 R}{\delta_W} = 56 MPa \quad \sigma_t(z=H) = \frac{(p_0 + \gamma \cdot H) R}{\delta_W} = 100 MPa$$

Stożek:  $\delta_S = 4,16mm$

$$\sigma_p = \frac{(p_0 + \gamma(H + R\sqrt{3} - \frac{2}{3}r\sqrt{3})) \cdot r}{\sqrt{3}\delta_S}$$

$$\sigma_t = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma(H + R\sqrt{3} - r\sqrt{3}))}{\sqrt{3}\delta_S} r$$

$$\sigma_p(r=0) = 0 MPa$$

$$\sigma_t(r=0) = 0 MPa$$

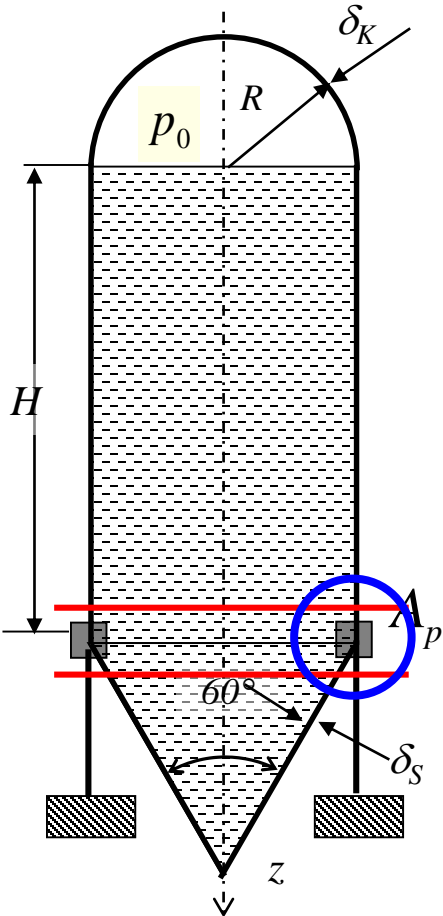
$$\sigma_p(r=R) = \frac{(p_0 + \gamma(H + \frac{1}{3}R\sqrt{3})) \cdot R}{\sqrt{3}\delta_S}$$

$$\sigma_t(r=R) = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma \cdot H) R}{\sqrt{3}\delta_S}$$

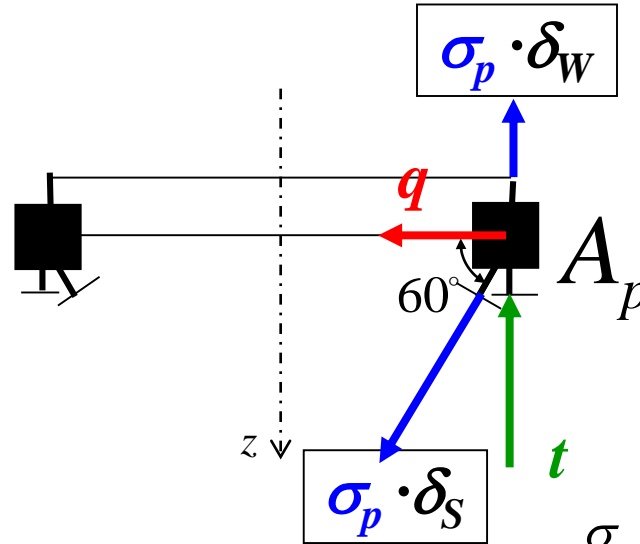
$$\sigma_p(r=R) = 53 MPa$$

$$\sigma_t(r=R) = 100 MPa$$

# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



Pierścień



Walec:  $\delta_w = 3,6\text{mm}$

$$\sigma_p \delta_w = \frac{p_0 R}{2 \delta_w} \cdot \delta_w = \frac{p_0 R}{2}$$

$$\sigma_p \cdot \delta_w = 28\text{MPa} \cdot 3,6\text{mm} = 100 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Stożek:  $\delta_s = 4,16\text{mm}$

$$\sigma_p(r=R) \cdot \delta_s = \frac{(p_0 + \gamma(H + \frac{1}{3}R\sqrt{3})) \cdot R}{\sqrt{3}}$$

$$\sigma_p(r=R) \cdot \delta_s = 53\text{MPa} \cdot 4,16\text{mm} = 220,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$q = \sigma_p \cdot \delta_s \cos 60^\circ = 220,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cos 60^\circ = 110,25 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Siła w pierścieniu:  $N = q \cdot R = 110,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot 2000\text{mm} = 220500\text{N}$

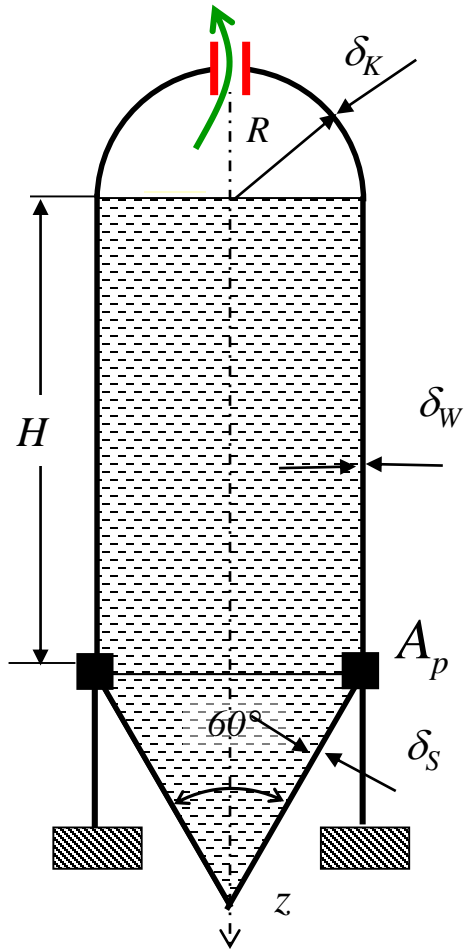
Warunek wytrzymałości pierścienia:

$$\sigma_N = \frac{N}{A_p} \leq k_r$$

$$A_p \geq \frac{N}{k_r} = \frac{220500\text{N}}{100\text{MPa}} = 2205\text{mm}^2$$

# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Zad.2. Zbiornik z zadania 1 ma **otwarty zawór wyrównujący ciśnienia** w czaszy kulistej.  
Jak zmieni się stan naprężenia w zbiorniku?



Dane:

$$R=2m$$

$$H=8m$$

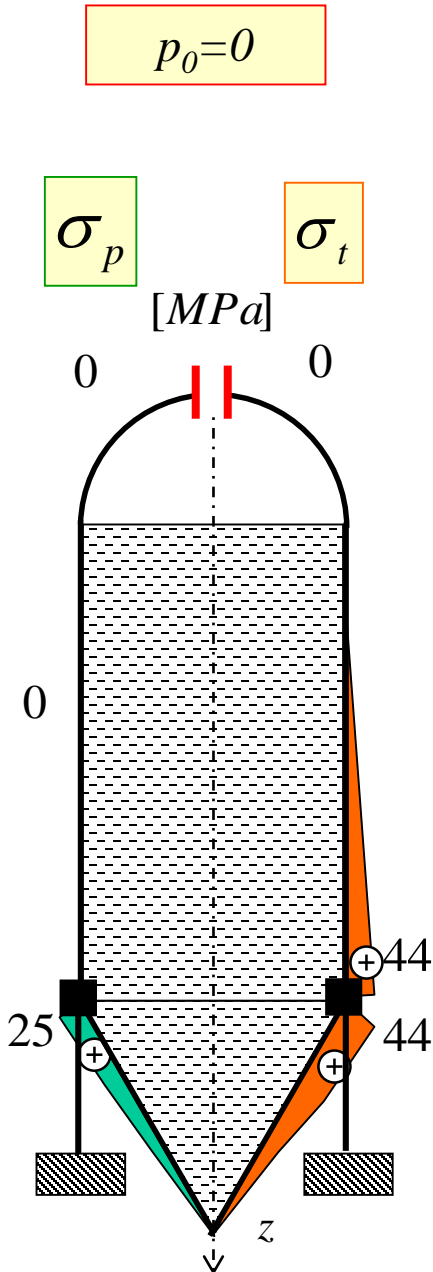
~~$p_0 = 1 \text{ bar}$~~

$$\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$$

$$p_0=0$$



# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



$$p_0 = 0$$

$$\sigma_p \quad \sigma_t$$

[MPa]

Czasza:

$$\delta_K = 1 \text{ mm}$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2 \delta_K} = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{2 \delta_K} = 0 \text{ MPa}$$

Walec:

$$\delta_W = 3,6 \text{ mm}$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2 \delta_W} = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t = \frac{(p_0 + \gamma \cdot z) R}{\delta_W}$$

$$\sigma_t(z=0) = \frac{p_0 R}{\delta_W} = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t(z=H) = \frac{(p_0 + \gamma \cdot H) R}{\delta_W} = 44 \text{ MPa}$$

Stożek:

$$\delta_S = 4,16 \text{ mm}$$

$$\sigma_p = \frac{(p_0 + \gamma(H + R\sqrt{3} - \frac{2}{3}r\sqrt{3})) \cdot r}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\sigma_t = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma(H + R\sqrt{3} - r\sqrt{3})) r}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\sigma_p(r=0) = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t(r=0) = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p(r=R) = \frac{(p_0 + \gamma(H + \frac{1}{3}R\sqrt{3})) \cdot R}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\sigma_t(r=R) = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma \cdot H) R}{\sqrt{3} \delta_S}$$

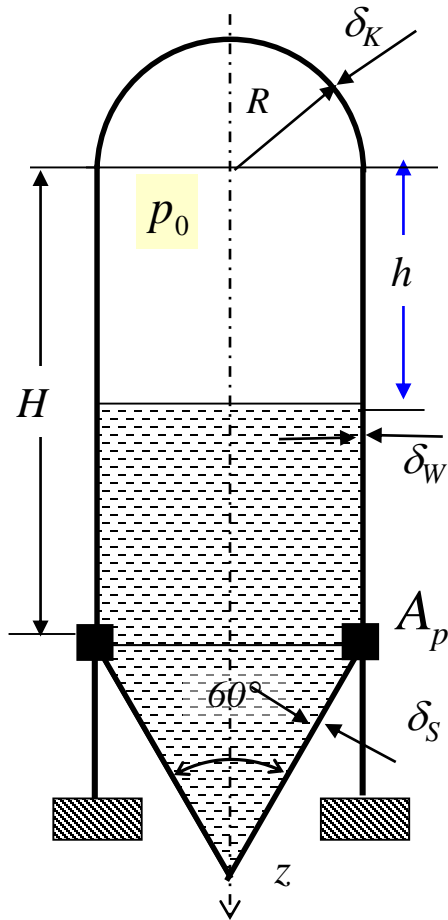
$$\sigma_p(r=R) = 25 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t(r=R) = 44 \text{ MPa}$$

# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Zad.3. Zbiornik z zadania 1 ma **obniżony poziom cieczy w części walcowej**.

Jak zmieni się stan naprężenia?



Dane:

$$R=2m$$

$$H=8m$$

$$h=4m$$

$$p_0=1 \text{ bar}$$

$$\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$$

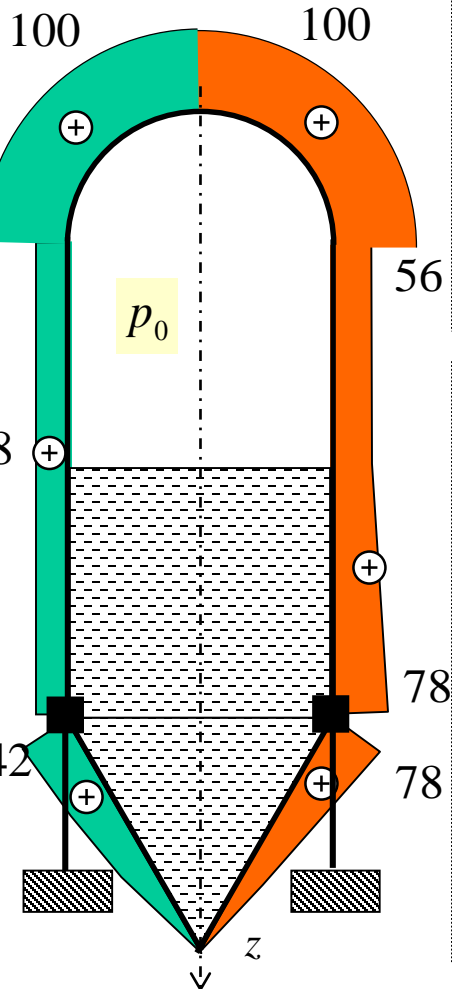
# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

$$h=4m$$

$$\sigma_p$$

$$\sigma_t$$

[MPa]



Czasza:  $\delta_K = 1mm$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = \frac{0,1 \cdot 2000}{2 \cdot 1} = 100 MPa$$

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = 100 MPa$$

Walec:  $\delta_W = 3,6mm$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_W} = \frac{0,1 \cdot 2000}{2 \cdot 3,6} = 28 MPa$$

dla  $z \geq h$

$$\sigma_t = \frac{(p_0 + \gamma \cdot (z-h))R}{\delta_W}$$

$$\sigma_t(0 \div h) = \frac{p_0 R}{\delta_W} = 56 MPa \quad \sigma_t(z=H) = \frac{(p_0 + \gamma \cdot (H-h))R}{\delta_W} = 78 MPa$$

Stożek:  $\delta_S = 4,16mm$

$$\sigma_p = \frac{(p_0 + \gamma \cdot ((H-h) + R\sqrt{3} - \frac{2}{3}r\sqrt{3})) \cdot r}{\sqrt{3}\delta_S}$$

$$\sigma_t = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma \cdot ((H-h) + R\sqrt{3} - r\sqrt{3}))}{\sqrt{3}\delta_S}$$

$$\sigma_p(r=0) = 0 MPa$$

$$\sigma_t(r=0) = 0 MPa$$

$$\sigma_p(r=R) = \frac{(p_0 + \gamma \cdot ((H-h) + \frac{1}{3}R\sqrt{3})) \cdot R}{\sqrt{3}\delta_S}$$

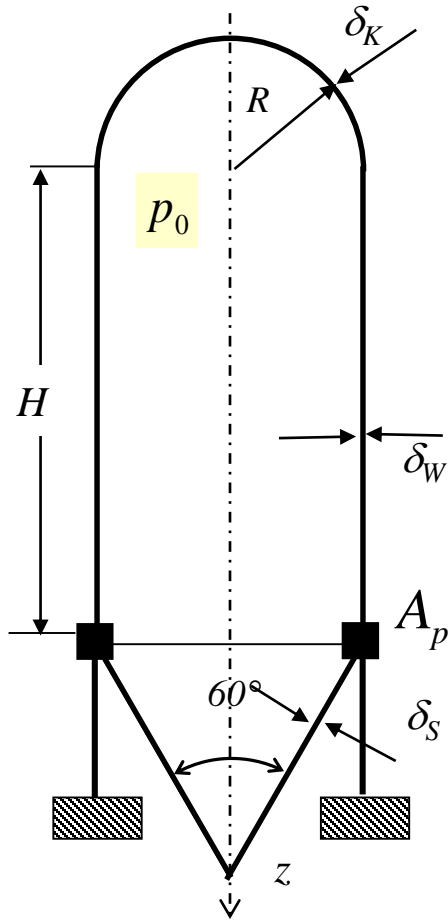
$$\sigma_t(r=R) = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma \cdot (H-h))R}{\sqrt{3}\delta_S}$$

$$\sigma_p(r=R) = 42 MPa$$

$$\sigma_t(r=R) = 78 MPa$$

# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Zad.4. Zbiornik z zadania 1 jest **pusty, ale ciśnienie pozostaje**. Jak zmieni się stan naprężenia?



Dane:  
 $R=2m$   
 $H=8m$   
 $p_0=1 \text{ bar}$

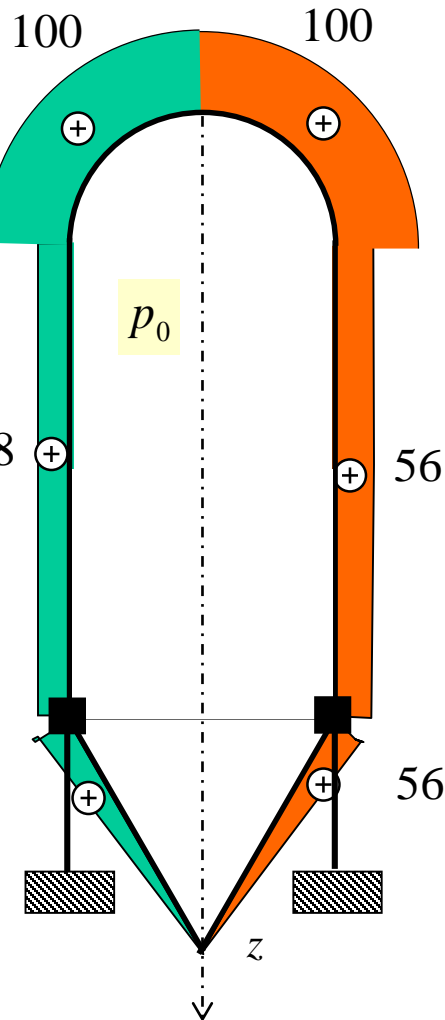
# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Brak cieczy

$\sigma_p$

$\sigma_t$

[MPa]



Czasza:  $\delta_K = 1mm$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = \frac{0,1 \cdot 2000}{2 \cdot 1} = 100 MPa$$

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = 100 MPa$$

Walec:  $\delta_W = 3,6mm$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_W} = \frac{0,1 \cdot 2000}{2 \cdot 3,6} = 28 MPa$$

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{\delta_W} = 56 MPa$$

Stożek:  $\delta_S = 4,16mm$

$$\sigma_p = \frac{p_0 \cdot r}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\sigma_t = \frac{2 \cdot p_0 r}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\sigma_p(r=0) = 0 MPa$$

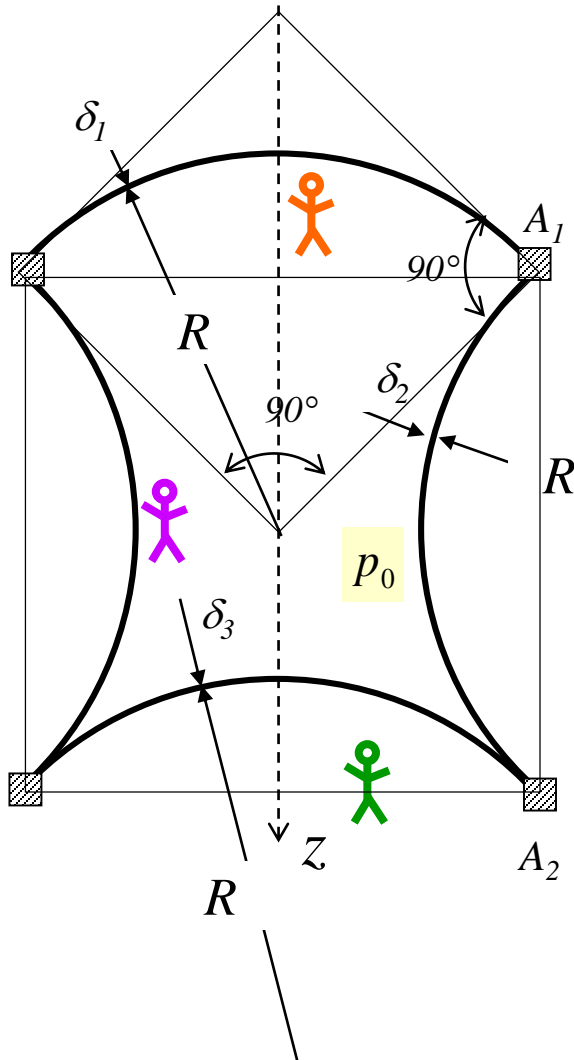
$$\sigma_t(r=0) = 0 MPa$$

$$\sigma_p(r=R) = 28 MPa$$

$$\sigma_t(r=R) = 56 MPa$$

# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Zad.5. Zbiornik o geometrii opisanej na rysunku wypełniony jest gazem o nadciśnieniu  $p_0$ .  
Znaleźć stan naprężenia w zbiorniku.



Dane:

$$R=2m$$

$$p_0=1 \text{ bar}$$

$$\delta_1=1mm$$

$$\delta_2=1mm$$

$$\delta_3=1mm$$

$$A_1=40cm^2$$

$$A_2=40cm^2$$

Czasza górna:



$$\rho_p = R$$

$$\rho_t = R$$

$$p = p_0$$

Czasza dolna:



$$\rho_p = R$$

$$\rho_t = R$$

$$p = -p_0$$

Torus:

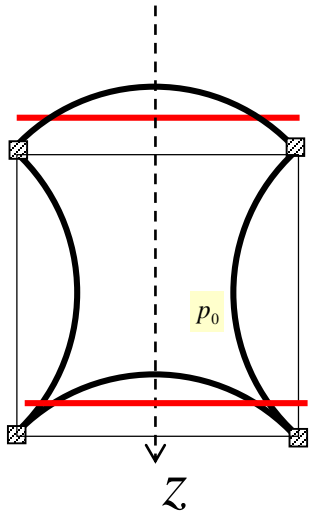


$$\rho_p = -R$$

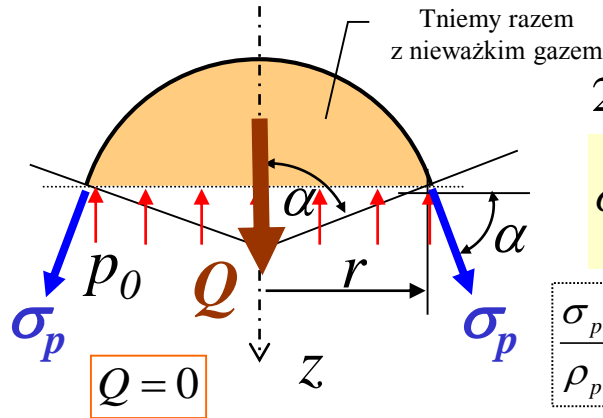
$$\rho_t = ?$$

$$p = p_0$$

# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



Czasza górna:



Równanie równowagi sił na z:

$$2\pi r \delta_1 \sigma_p \sin \alpha - \pi r^2 p_0 + Q = 0$$

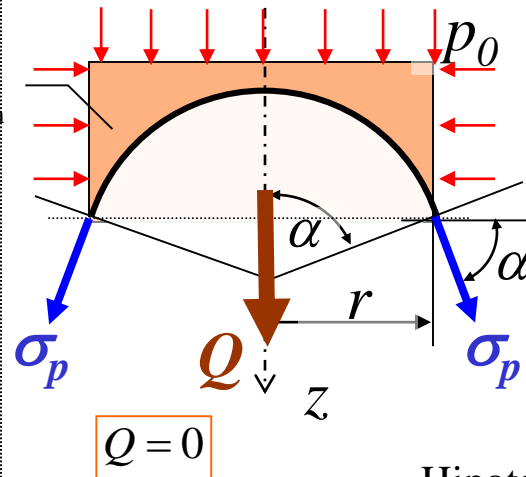
$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_1} = \frac{0.1 \cdot 2000}{2 \cdot 1} = 100 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta} \rightarrow \sigma_t = \frac{p_0 R}{2\delta_1} = 100 \text{ MPa}$$

Hipoteza Treski:  $\sigma_{red}^T = |\sigma_p| = \frac{p_0 R}{2\delta_1} = 100 \text{ MPa}$

Czasza dolna:

Tniemy razem z nieważkim gazem



Równanie równowagi sił na z:

$$2\pi r \delta_3 \sigma_p \sin \alpha + \pi r^2 p_0 + Q = 0$$

$$\sigma_p = -\frac{p_0 R}{2\delta_3} = -\frac{0.1 \cdot 2000}{2 \cdot 1} = -100 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta} \rightarrow \sigma_t = -\frac{p_0 R}{2\delta_3} = -100 \text{ MPa}$$

Hipoteza Treski:  $\sigma_{red}^T = |\sigma_p| = \frac{p_0 R}{2\delta_3} = 100 \text{ MPa}$

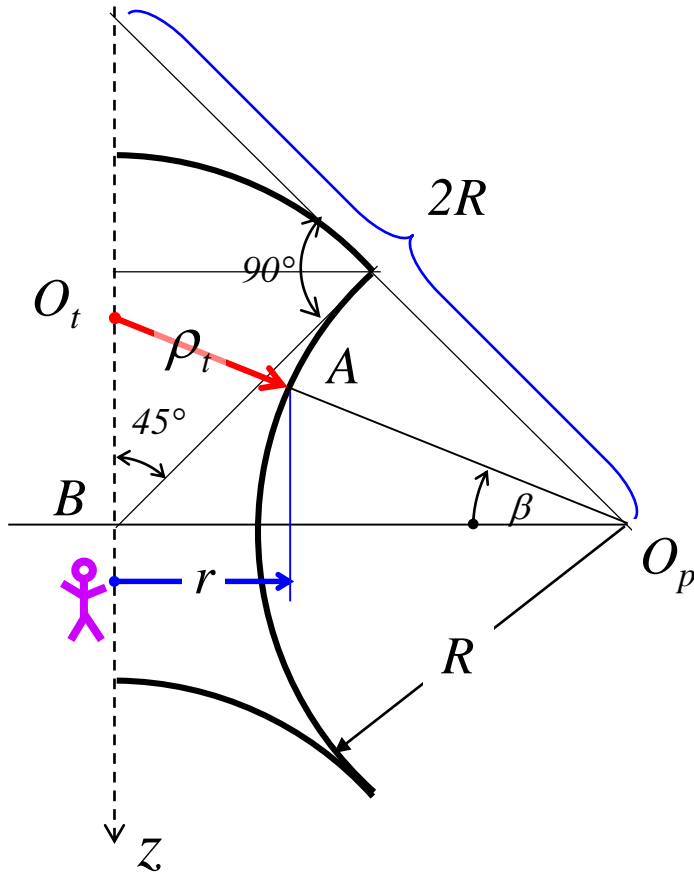
# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Torus:

$$\rho_p = -R$$

$$\rho_t = ?$$

$$p = p_0$$



Wyznaczenie promienia krzywizny obwodowej torusa

$$|\overline{BO_p}| = R\sqrt{2}$$

$$|\overline{O_p O_t}| = \frac{|\overline{BO_p}|}{\cos \beta} = \frac{R\sqrt{2}}{\cos \beta}$$

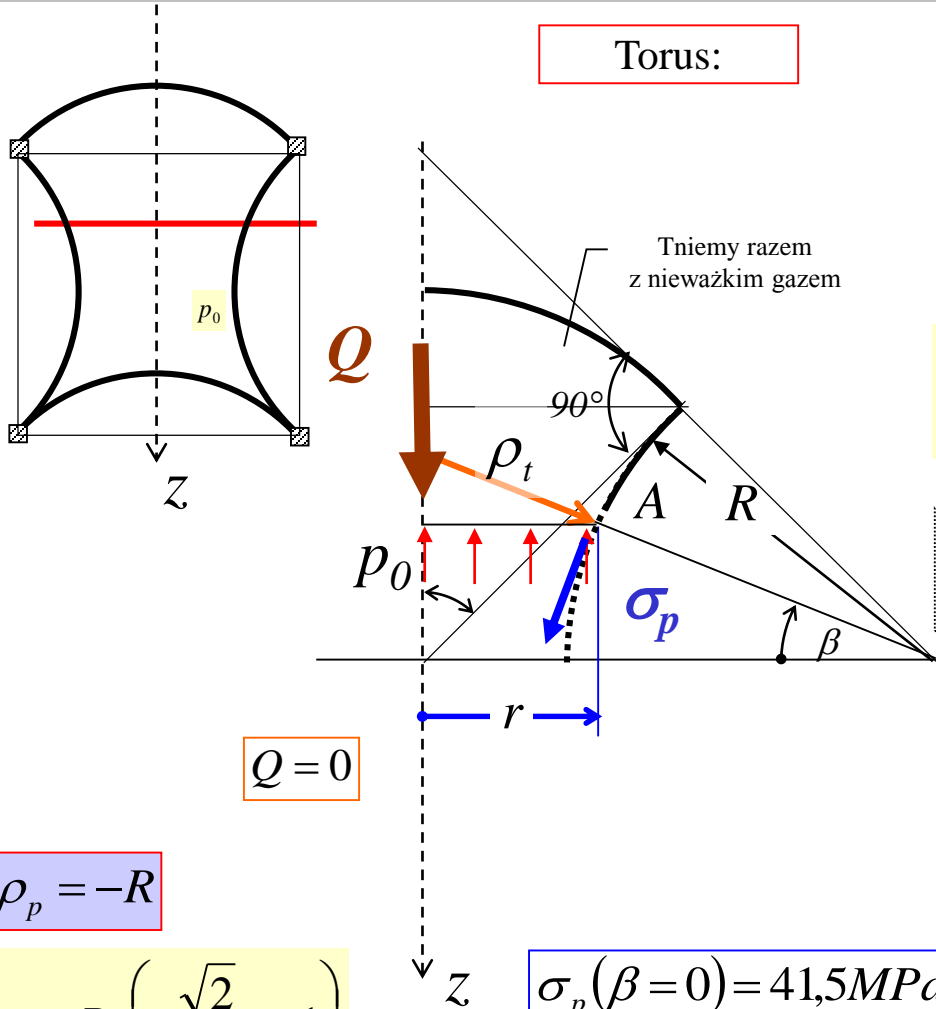
$$\rho_t = |\overline{O_p O_t}| - R = \frac{R\sqrt{2}}{\cos \beta} - R \rightarrow \rho_t = R \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{\cos \beta} - 1 \right)$$

$$r = \rho_t \cos \beta \rightarrow r = R \cdot (\sqrt{2} - \cos \beta)$$



# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Torus:



Równanie równowagi sił na z:

$$2\pi r \delta_2 \sigma_p \cos \beta - \pi r^2 p_0 + Q = 0$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 r}{2\delta_2 \cos \beta}$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_2} \left( \frac{\sqrt{2}}{\cos \beta} - 1 \right)$$

$$\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}$$

$$\frac{\frac{p_0 R}{2\delta_2} \left( \frac{\sqrt{2}}{\cos \beta} - 1 \right)}{-R} + \frac{\sigma_t}{R \left( \frac{\sqrt{2}}{\cos \beta} - 1 \right)} = \frac{p_0}{\delta_2}$$

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{2\delta_2} \left( \frac{2}{\cos^2 \beta} - 1 \right)$$

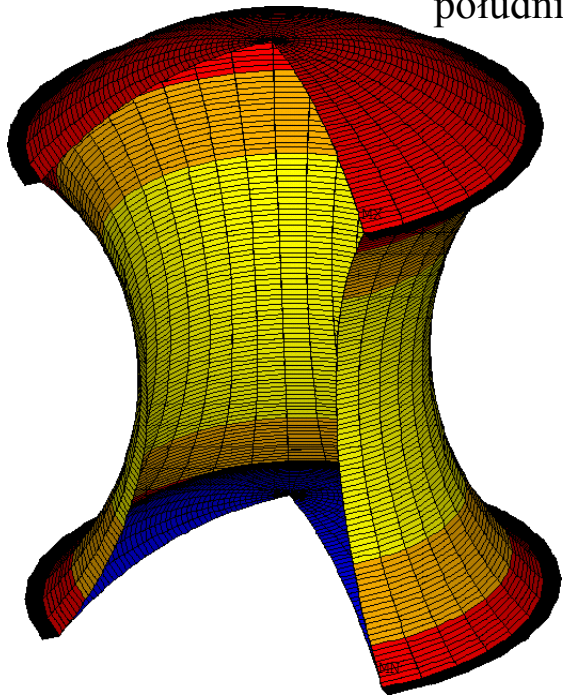
## Naprężenia południkowe:

```

ANSYS 15.0
JAN 2 2018
20:46:06
PLOT NO. 1
ELEMENT SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
/EXPANDED
SMIS18 (NOAVG)
TOP
DMX =3.95269
SMN =-100.085
SMX =100.141

```

■	-100.085
■	-77.8374
■	-55.5901
■	-33.3428
■	-11.0955
■	11.1518
■	33.3991
■	55.6464
■	77.8937
■	100.141



# Wyniki analizy MES

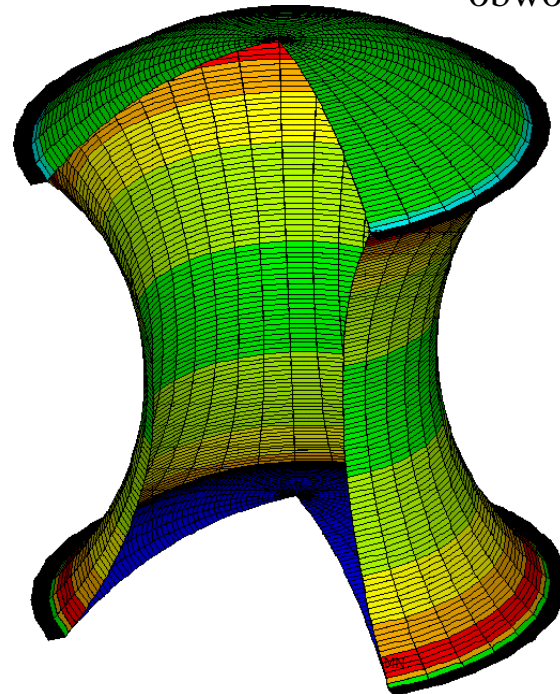
## Naprężenia obwodowe:

```

ANSYS 15.0
JAN 2 2018
20:46:27
PLOT NO. 2
ELEMENT SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
/EXPANDED
SMIS19 (NOAVG)
TOP
DMX =3.95269
SMN =-102.997
SMX =274.038

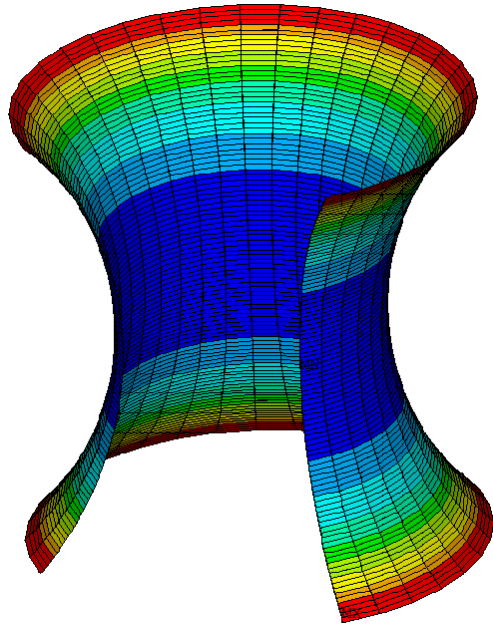
```

■	-102.997
■	-61.1043
■	-19.2116
■	22.6812
■	64.574
■	106.467
■	148.36
■	190.252
■	232.145
■	274.038



Naprężenia  
południkowe:

```
ANSYS 15.0
JAN 2 2018
20:47:03
PLOT NO. 3
ELEMENT SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
/EXPANDED
SMIS18 (NOAVG)
TOP
DMX =2.90524
SMN =41.4272
SMX =95.8368
41.4272
47.4727
53.5182
59.5637
65.6092
71.6548
77.7003
83.7458
89.7913
95.8368
```

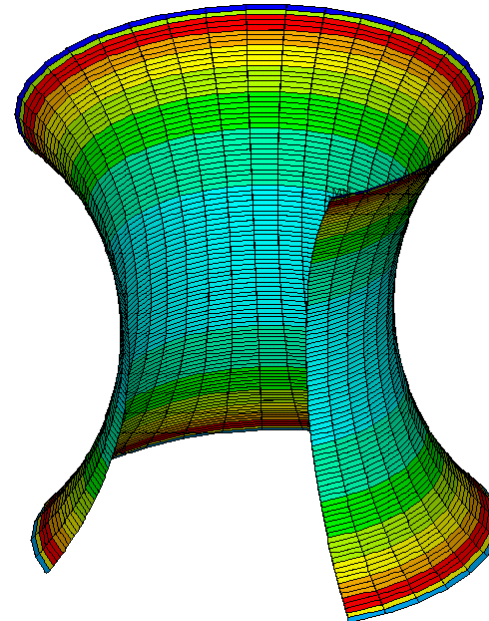


Torus:

## Wyniki analizy MES

Naprężenia  
obwodowe:

```
ANSYS 15.0
JAN 2 2018
20:47:55
PLOT NO. 4
ELEMENT SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
/EXPANDED
SMIS19 (NOAVG)
TOP
DMX =2.90524
SMN =31.0452
SMX =274.038
31.0452
58.0444
85.0436
112.043
139.042
166.041
193.04
220.04
247.039
274.038
```



## Wyniki teorii błonowej

$$\sigma_p(\beta = 0) = 41,5 MPa$$

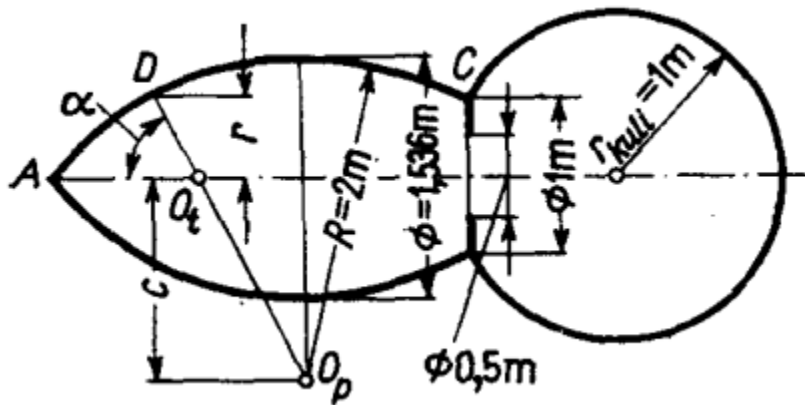
$$\sigma_t(\beta = 0) = 100 MPa$$

$$\sigma_p(\beta = 45^\circ) = 100 MPa$$

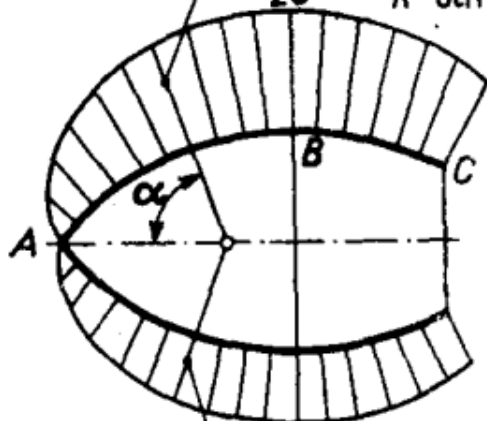
$$\sigma_t(\beta = 45^\circ) = 300 MPa$$

# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

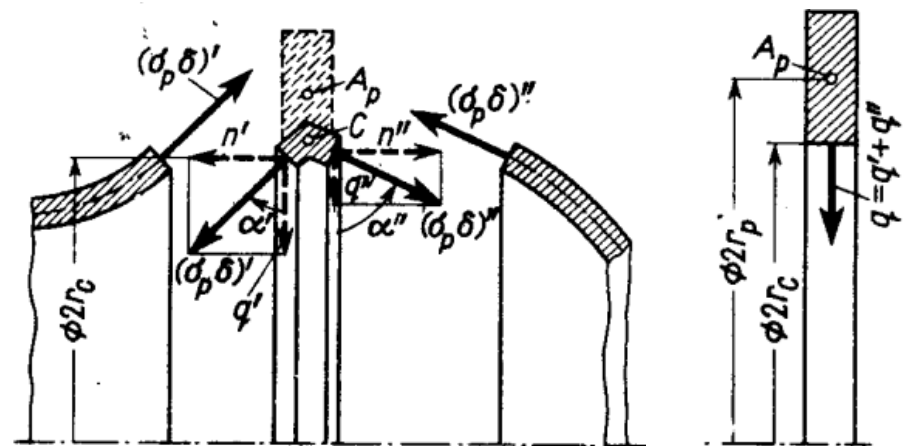
3. Poddany ciśnieniu  $p = 2 \text{ MPa}$  zbiornik złożony z owaloidu  $ABC$  i czaszy kulistej wzmocniony jest w załomie  $C$  pierścieniową przeponą (rys. 12.28). Jaka ma być jej grubość  $\delta$ , jeśli wymagany współczynnik bezpieczeństwa  $n_e = 1,5$ , zaś  $R_e = 300 \text{ MPa}$ ?



$$\sigma_t = \frac{pR}{2\delta} \left( 1 - \frac{c^2}{R^2 \sin^2 \alpha} \right)$$



$$\sigma_p = \frac{pR}{2\delta} \left( 1 - \frac{c}{R \sin \alpha} \right)$$

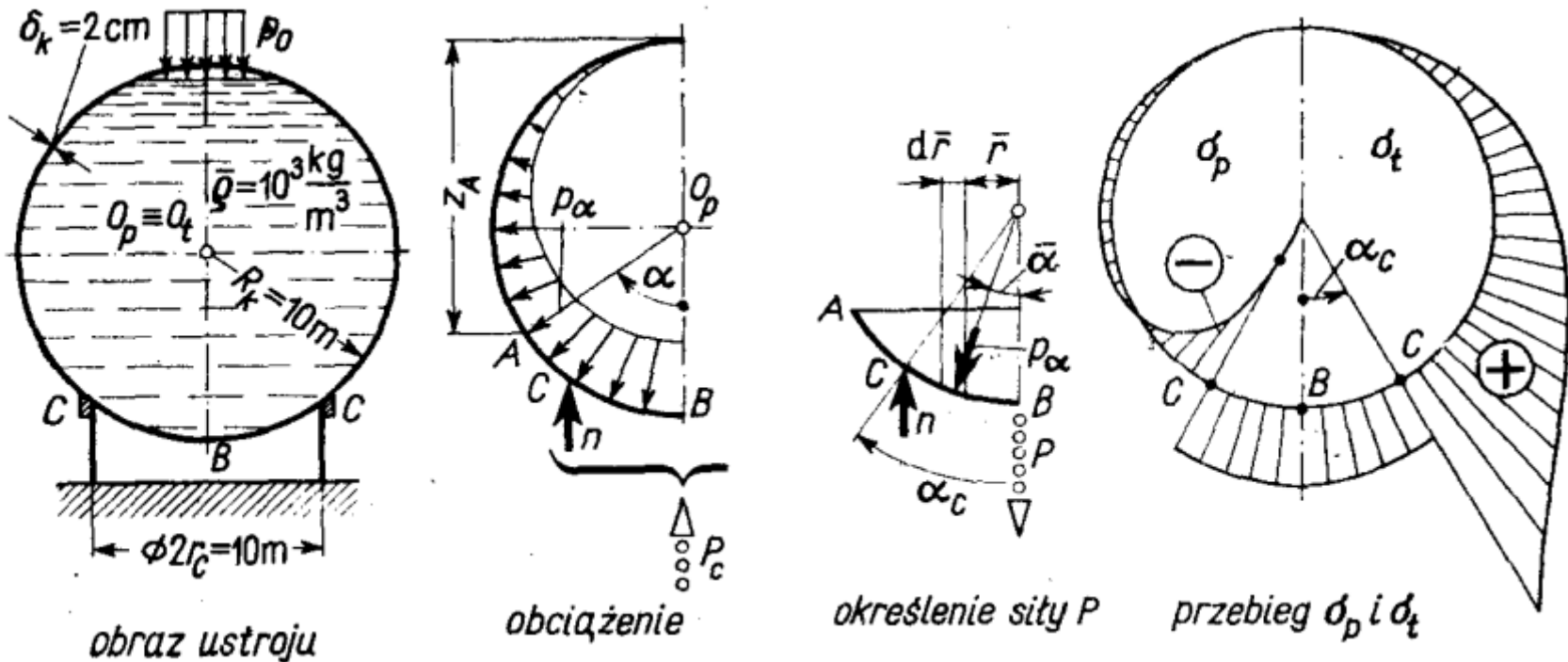


$$n' = n'' = P/2\pi r_c \quad (c)$$

Rys. 12.26. Statyka załomu i pierścienia wzmacniającego

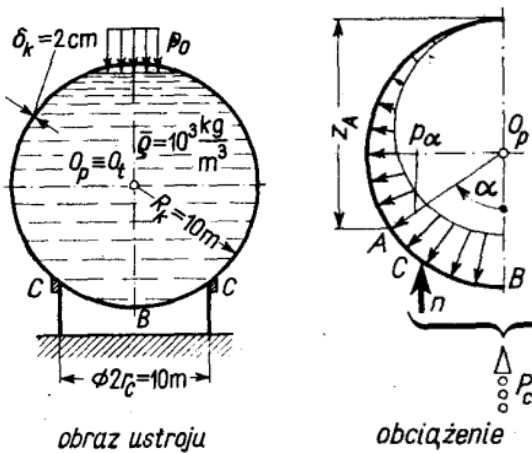
# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

5. Kulisty nieważki zbiornik oparty na cylindrycznym płaszczu  $CC$  (rys. 12.29) wypełniono cieczą o gęstości  $\bar{\rho}$ , przy czym nadciśnienie  $p_0 = 0$ . Wyznaczyć przebieg naprężeń  $\sigma_p$  i  $\sigma_t$  w zbiorniku oraz określić siłę obwodową w pierścieniu  $C$ .



Rys. 12.29. Analiza napięć w zbiorniku kulistym

# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



Rozwiązanie. Obciążenie zbiornika stanowią: reakcja płaszczu  $CC$  równa ciężarowi cieczy  $P_c = 4\pi R^3 \bar{\rho}g/3$ , o natężeniu

oraz ciśnienie równe ciężarowi słupa cieczy o wysokości  $z_A$

$$p_x = \bar{\rho} g z_A = \bar{\rho} g R (1 + \cos \alpha).$$

Dla dolnej części płaszczu wypadkowa siła  $P$  obliczona podobnie jak przy formułowaniu wzoru (a) i podstawieniu  $\bar{r} = R \sin \alpha$  jest

$$P = \int_0^{\alpha} p_x d\bar{r} 2\pi\bar{r} - P_c = \int_0^{\alpha} \bar{\rho} g R (1 + \cos \alpha) 2\pi R \sin \alpha R \cos \alpha d\alpha - P_c = (\pi/3) \bar{\rho} g R^3 [5 - \cos^2 \alpha (3 + 2 \cos \alpha)] - (4\pi/3) \bar{\rho} g R^3.$$

Gdy kąt  $\alpha < \alpha_c$ , wówczas we wzorze powyższym nie ma ostatniego składnika, czyli siły  $P_c$ . Uwzględniając to mamy z wzoru (12.12b)

$$\sigma_p = \frac{\bar{\rho} g R^2}{6\delta} \left( 5 + \frac{2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} \right), \text{ gdy } \alpha < \alpha_c, \quad \sigma_p = \frac{\bar{\rho} g R^2}{6\delta} \left( 1 - \frac{2 \cos^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} \right), \text{ gdy } \alpha > \alpha_c.$$

Podstawiając te wielkości do równania (12.12a) znajdujemy

$$\sigma_t = \frac{\bar{\rho} g R^2}{6\delta} \frac{1 + 7 \cos \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}, \text{ gdy } \alpha < \alpha_c,$$

$$\sigma_t = \frac{\bar{\rho} g R^2}{6\delta} \frac{5 + \cos \alpha - 4 \cos^2 \alpha}{1 - \cos \alpha}, \text{ gdy } \alpha > \alpha_c.$$

Podane na rysunku przebiegi  $\sigma_p$  i  $\sigma_t$  wykazują przeskoki na podparciu  $CC$ , przy czym  $\sigma_p$  zmienia nie tylko wartość, lecz i znak. Widać, że niebezpieczne jest miejsce tuż powyżej pierścienia  $CC$ . Biorąc dane liczbowe jak na rysunku i  $\alpha_c = 30^\circ$  mamy

$$\sigma_p = -83 \text{ MPa}, \quad \sigma_p = 172 \text{ MPa}, \quad \sigma_{red} = 225 \text{ MPa}.$$

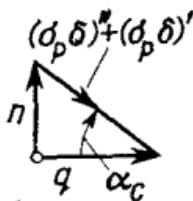
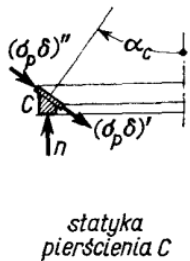
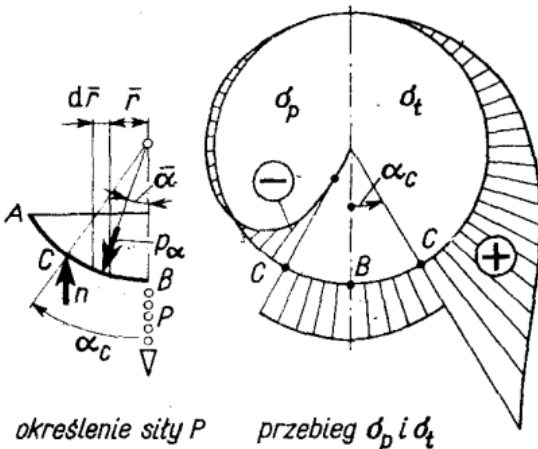
Raptowny wzrost wartości  $\sigma_p$  i  $\sigma_t$  w otoczeniu pierścienia  $CC$  można zmniejszyć zwiększając  $r_c$ . Dając na przykład  $r_c \approx 7,1 \text{ m}$ , czyli  $\alpha_c = 45^\circ$ , zmniejszamy wartość  $\sigma_{red}$  około dwa razy.

Na obciążenie jednostki długości pierścienia składają się: różnica sił wynikających z przeskoku wartości  $\sigma_p$

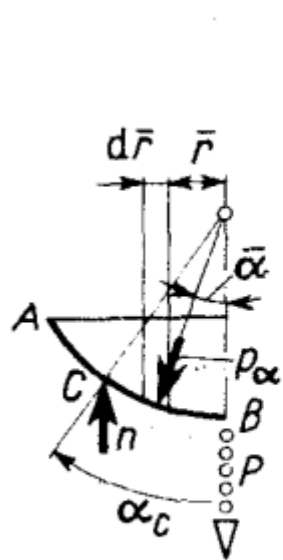
$$(\sigma_p \delta)' - (\sigma_p \delta)'' = \frac{\bar{\rho} g R^2}{6} \left( 5 + \frac{2 \cos^2 \alpha_c}{1 + \cos \alpha_c} \right) - \frac{\bar{\rho} g R^2}{6} \left( 1 - \frac{2 \cos^2 \alpha_c}{1 - \cos \alpha_c} \right) = \frac{2\bar{\rho} g R^2}{3 \sin^2 \alpha_c}$$

oraz pionowa reakcja płaszczu  $n$ . Łatwo sprawdzić, że pierwsza z tych sił jest równa  $n/\sin \alpha_c$ , a wypadkowe obciążenie na jednostkę długości  $q = n \operatorname{ctg} \alpha_c$  jest poziome, czyli działa w płaszczyźnie pierścienia i wywołuje w pierścieniu ściskającą siłę obwodową

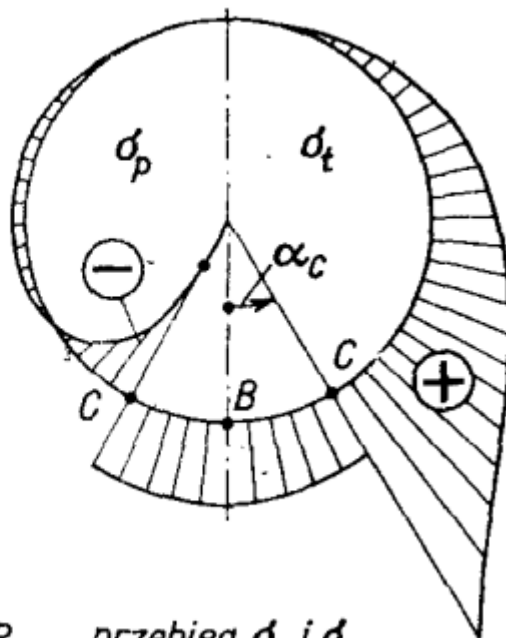
$$N = q r_c = (P_c/2\pi) \operatorname{ctg} \alpha_c = 2\bar{\rho} g R^3 \operatorname{ctg} \alpha_c/3 = 11,32 \cdot 10^3 \text{ kN}.$$



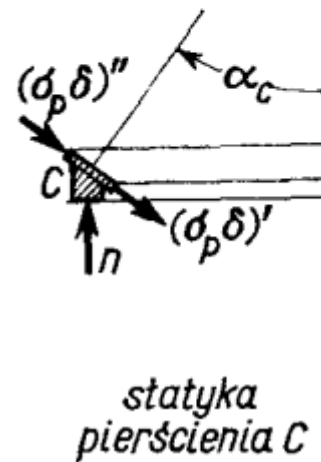
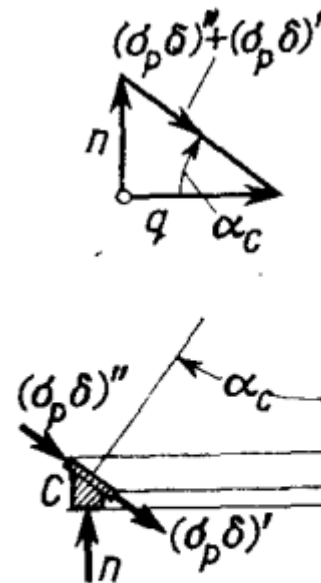
# Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



określenie siły  $P$

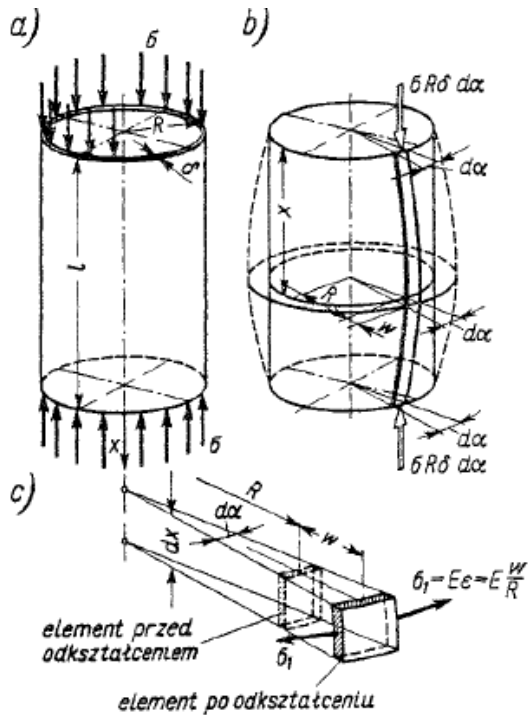


przebieg  $\sigma_p$  i  $\sigma_t$



statyka pierścienia  $C$

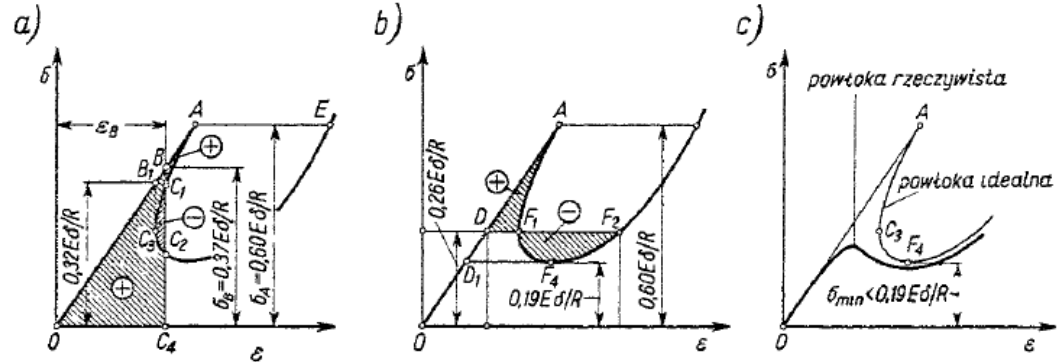
# Wyboczenie powłoki walcowej



Rys. 11.27. Osiowo symetryczne wyboczenie ściskanej powłoki cylindrycznej

$$\sigma_{kr} = \frac{1}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} E \left( \frac{\delta}{R} \right).$$

$$\sigma_{kr} \approx 0,6E \frac{\delta}{R}. \quad (11.29c)$$



Rys. 11.28. Warianty przesłoku ściskanej powłoki cylindrycznej  
a) przesłok na maszynie sztywnej; b) przesłok na maszynie obciążnikowej.

Wyboczenie powłoki walcowej:

[https://www.youtube.com/watch?v=AXSG3q1Jqp0&t=7s&ab\\_channel=VGOInc](https://www.youtube.com/watch?v=AXSG3q1Jqp0&t=7s&ab_channel=VGOInc)

Próba ciśnieniowa zbiornika (cysterny)

[https://www.youtube.com/watch?time\\_continue=8&v=2WJVHtF8GwI&feature=emb\\_logo](https://www.youtube.com/watch?time_continue=8&v=2WJVHtF8GwI&feature=emb_logo)

<https://www.youtube.com/watch?v=VS6IckF1CM0>

[https://www.youtube.com/watch?v=0N17tEW\\_WEU&ab\\_channel=Infrastructure%26ProcessSolutionsInfrastructure%26ProcessSolutions](https://www.youtube.com/watch?v=0N17tEW_WEU&ab_channel=Infrastructure%26ProcessSolutionsInfrastructure%26ProcessSolutions)